

ĐẠI SỐ

Chủ đề	MỆNH ĐỀ
01	

Bài 1. Trong những câu khẳng định dưới đây, câu nào là mệnh đề ? Nếu là mệnh đề, hãy cho biết tính đúng – sai của nó.

- A: “Số 2020 chia hết cho 3.”
 B: “Tổng 3 góc trong một tam giác luôn bằng 180^0 .”
 C: “Số π là một số hữu tỉ.”
 D: “Hai đường thẳng không song song thì có một điểm chung.”
 E: “Với x là một số thực bất kì, $2x - 3 < x^2$.”
 F: “Với x là một số nguyên bất kì, $2x + 1 \geq 3$.”

Bài 2. Trong những mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng ?

- a) Nếu n chia hết cho 9 thì n chia hết cho 3.
 b) Nếu n chia hết cho 3 thì n chia hết cho 6.
 c) Hai tam giác bằng nhau thì có diện tích bằng nhau.
 d) Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau.
 e) Đường trung tuyến của một tam giác chia tam giác đó thành hai phần có diện tích bằng nhau.
 f) Một tam giác là tam giác vuông khi và chỉ khi số đo của một góc bằng tổng số đo của hai góc còn lại.

Bài 3. Lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề dưới đây:

- a) Có số thực x thỏa mãn $x^2 + 1 < 2$.
 b) Có một số nguyên là nghiệm của phương trình $3x^2 + 5x - 2 = 0$.
 c) Điểm $M(-1;1)$ nằm trên parabol $(P): y = x^2$.
 d) Số π lớn hơn 2 và nhỏ hơn 4.
 e) Số 15 chia hết cho 4 hoặc chia hết cho 5.
 f) Tích của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 6.

Bài 4. Xét tính đúng – sai của mỗi mệnh đề dưới đây và lập mệnh đề phủ định tương ứng:

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} = x$.
 b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$.
 c) $\forall x \in \mathbb{R}, x \leq x^2$.
 d) $\exists x \in \mathbb{R}, -x > x$.
 e) $\exists x \in \mathbb{Q}, 2x^2 + x - 3 = 0$.
 f) $\forall x \in \mathbb{R}, 2x^2 - x + 1 > 0$.
 g) $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 2.
 h) $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 3.

Bài 5. Bằng phương pháp phản chứng, chứng minh:

- a) Với n là một số tự nhiên, nếu $5n + 4$ là số lẻ thì n là số lẻ.
 b) Nếu $a + b < 2$ thì một trong hai số a, b nhỏ hơn 1.
 c) Nếu $a + b = 2cd$ thì có ít nhất một trong hai bất đẳng thức $c^2 \geq a, d^2 \geq b$ đúng.

Bài 6. Cho hai mệnh đề $A(n): “n$ là số chẵn.” và $B(n): “7n + 4$ là số chẵn.”

- a) Phát biểu và chứng minh định lí: “ $\forall n \in \mathbb{N}, A(n) \Rightarrow B(n)$.”
 b) Phát biểu định lí đảo của định lí trên bằng cách sử dụng thuật ngữ “điều kiện cần, điều kiện đủ” và chứng minh định lí đảo đó.

Chủ đề	TẬP HỢP
02	

Bài 1. Xác định các tập hợp sau đây bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

- a) $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x \leq 5\}$.
- b) $B = \{x \in \mathbb{Z} / |x + 2| \leq 1\}$.
- c) $C = \{x \in \mathbb{R} / (x + 1)(x^2 - 3) = 0\}$.
- d) $D = \{x \in \mathbb{Q} / (x + 1)(2x^2 - x - 3) = 0\}$.
- e) $E = \left\{x \in \mathbb{Q} / x = \frac{n+1}{n+2}, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\right\}$.
- f) $F = \{x \in \mathbb{R} / x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \wedge x^2 - x - 6 = 0\}$.

Bài 2. Trong các tập hợp dưới đây, tập hợp nào là tập hợp rỗng ?

- a) $B = \{x \in \mathbb{Z} / |x| < 1\}$.
- b) $C = \{x \in \mathbb{Q} / x^2 - 2 = 0\}$.
- c) $D = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x + 1 = 0\}$.

Bài 3. Tìm tất cả các tập hợp con của mỗi tập hợp sau đây:

- a) $B = \{0; 1; 2\}$.
- b) $C = \{x \in \mathbb{Q} / x^2 - 4x + 2 = 0\}$.
- c) $D = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$.

Bài 4. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} / x < 5\}$.

- a) Chứng minh $A \subset B$.
- b) Tìm tất cả các tập hợp con của A có không quá hai phần tử.
- c) Tìm tất cả các tập hợp X sao cho $A \subset X \subset B$.

Bài 5. Tìm tất cả các tập hợp X thỏa mãn:

- a) $\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}$.
- b) $\{1; 2\} \cup X = \{1; 2; 3; 4\}$.
- c) $X \subset \{1; 2; 3; 4\}$ và $X \subset \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

Bài 6. Cho hai tập hợp $A = \{0; 2\}$ và $B = \{0; 1; 2; 3\}$. Hỏi có bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn $A \cup X = B$?

Bài 7. Tìm các tập hợp $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ và $B \setminus A$ trong mỗi trường hợp sau đây:

- a) $A = \{2; 4; 6; 8\}$ và $B = \{1; 2; 3; 4\}$.
- b) $A = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} / |2x - 1| = 1\}$.
- c) A là tập hợp các ước số của 12, B là tập hợp các ước số của 18.

Bài 8. Tìm các tập hợp $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ và $B \setminus A$ trong mỗi trường hợp sau đây:

- a) $A = [-4; 4]$, $B = [1; 7]$.
 b) $A = [-4; -2]$, $B = (3; 7]$.
 c) $A = [3; +\infty)$, $B = (0; 4)$.
 d) $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$.

Bài 9. Tìm hai tập hợp A và B thỏa mãn $A \setminus B = \{1; 5; 7; 8\}$, $B \setminus A = \{2; 10\}$ và $A \cap B = \{3; 6; 9\}$.

Bài 10. Tìm các tập hợp $(A \cap B) \cup C$ và $(A \cup B) \cap C$ trong mỗi trường hợp sau đây:

- a) $A = [1; 4]$, $B = (2; 6)$ và $C = (1; 2)$.
 b) $A = [0; 4]$, $B = (1; 5)$ và $C = (-3; 1]$.
 c) $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$ và $C = (0; 4)$.
 d) $A = (-4; 4)$, $B = [4; 6]$ và $C = [0; 8)$.

Bài 11. Cho ba tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x \leq 5\}$, $B = \{0; 2; 4; 5; 7\}$ và $C = \{-2; 1; 3; 4; 7\}$.

Chứng minh: $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$.

Bài 12. Cho ba tập hợp $A = \{-4; -2; -1; 0; 3; 4\}$, $B = \{-2; 0; 1; 2; 4; 6\}$ và $C = \{0; 3; 5; 6; 7\}$.

Chứng minh: $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

Bài 13. Cho ba tập hợp $A = \{a; b; c\}$, $B = \{b; c; d\}$ và $C = \{c; e; b\}$.

Chứng minh: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

Bài 14. Cho hai tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = \left(\frac{1}{m}; +\infty\right)$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để $A \cap B \neq \emptyset$.

Bài 15. Cho hai tập hợp $A = (3; 7)$ và $B = (m; m + 2)$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để $A \cup B$ là một khoảng.



Chủ đề	ĐẠI CƯƠNG VỀ HÀM SỐ
03	

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = \frac{x-2}{2x+5}$.

b) $y = \frac{x+1}{(x-1)(3x-2)}$.

c) $y = \frac{x^2-4}{x^2-2x+1}$.

d) $y = \frac{x^2-1}{3x^2+4x+1}$.

e) $y = \frac{x-1}{x^3+1}$.

f) $y = \frac{3x+5}{x^2+4x+6}$.

h) $y = \frac{x+1}{x^4+2x^2-3}$.

g) $y = \frac{2x+1}{(x-2)(x^2-4x+3)}$.

Bài 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = \sqrt{2x+1}$.

b) $y = \frac{x+1}{\sqrt{2x-3}}$.

c) $y = \sqrt{x-1} + \frac{2}{x-3}$.

d) $y = \sqrt{7-x} + \frac{4}{x-1}$.

e) $y = \frac{3}{(x+2)\sqrt{x-1}}$.

f) $y = \frac{10}{(x+12)\sqrt{3x+4}}$.

Bài 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau đây:

a) $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{x^2-9}$.

b) $y = \sqrt{2x-1} + \sqrt{\frac{1}{3-x}}$.

c) $y = \frac{\sqrt{x-6}}{(x-2)\sqrt{x+3}}$.

d) $y = \frac{\sqrt{15-3x}}{(3x-4)\sqrt{2x-1}}$.

Bài 4. Xét sự biến thiên của các hàm số trên khoảng tương ứng:

a) $f(x) = 2x+1$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

b) $f(x) = -x^2+2x+1$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

c) $f(x) = 2x^2+4x-1$ trên khoảng $(-\infty; -1)$.

d) $f(x) = -x^2+4x-2$ trên khoảng $(2; +\infty)$.

Bài 5. Xét sự biến thiên của các hàm số trên khoảng tương ứng:

a) $f(x) = \frac{3}{2-x}$ trên khoảng $(-\infty; 2)$.

b) $f(x) = \frac{x+6}{x-3}$ trên khoảng $(3; +\infty)$.

c) $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x+1}$ trên khoảng $(-1; 1)$.

d) $f(x) = \sqrt{x-1}$ trên miền xác định D của nó.

Bài 6. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau đây:

a) $f(x) = x^4+5x^2+1$.

b) $f(x) = -4x^3+13x$.

c) $f(x) = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$.

d) $f(x) = \frac{|3x-1| - |3x+1|}{x^2+4}$.

e) $f(x) = \frac{|2x-5| + |2x+5|}{x^3-2x}$.

f) $f(x) = \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{x+4}}{2|x|-4}$.

Chủ đề	HÀM SỐ BẬC NHẤT – HÀM SỐ BẬC HAI
04	

Bài 1. Cho hàm số $y = -2x + m(x + 1)$, (m là tham số). Tìm m để đồ thị của hàm số đã cho thỏa mãn:

- a) Đi qua gốc tọa độ O .
 b) Đi qua điểm $M(-2; 3)$.
 c) Song song với đường thẳng $y = \sqrt{2}x$.
 d) Vuông góc với đường thẳng $y = -x$.

Bài 2. Tìm hai số thực a và b để đường thẳng $y = ax + b$:

- a) Đi qua hai điểm $A\left(\frac{2}{3}; -2\right)$ và $B(0; 1)$.
 b) Đi qua điểm $H(1; -3)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4.
 c) Đi qua điểm $A(1; -1)$ và song song với đường thẳng $y = 2x + 7$.
 d) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 và song song với đường thẳng $y = \frac{3}{4}x - 9$.
 e) Đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với đường thẳng $y = x$.
 f) Đi qua điểm $M(1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $y = -x + 1$.

Bài 3. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau đây:

- a) $y = x^2 + 3x$.
 b) $y = -x^2 + 4x + 2$.
 c) $y = x^2 + 2x - 3$.
 d) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$.

Bài 4. Lập bảng biến thiên để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số trên đoạn tương ứng:

- a) $y = x^2 - x$ trên đoạn $[-1; 3]$.
 b) $y = 2x^2 - 3x$ trên đoạn $[4; 6]$.
 c) $y = -x^2 + 4x - 3$ trên đoạn $[1; 5]$.
 d) $y = (x - 1)(2x + 1)$ trên đoạn $[0; 1]$.

Bài 5. Tìm các số thực a và c để parabol $(P): y = ax^2 + 2x + c$:

- a) Đi qua hai điểm $A(2; 12)$ và $B(-3; 7)$.
 b) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.
 c) Đi qua điểm $A(-2; 4)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.
 d) Có đỉnh $S(-1; 3)$.

Bài 6. Tìm các số thực b và c để parabol $(P): y = x^2 + bx + c$:

- a) Đi qua hai điểm $A(1; 6)$ và $B(2; 13)$.
 b) Đi qua điểm $A(-1; -2)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -2$.
 c) Đi qua điểm $A(1; 0)$ và đỉnh S có hoành độ bằng -1 .
 d) Đi qua điểm $A(1; 0)$ và đỉnh S có tung độ bằng -1 .

Bài 7. Tìm các số thực a và b để parabol $(P): y = ax^2 + bx + 3$:

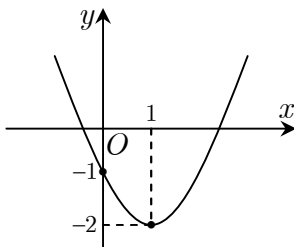
- Đi qua hai điểm $A(-1;6)$ và $B(2;3)$.
- Đi qua điểm $A(3;6)$ và có trục đối xứng $x = 1$.
- Có đỉnh $S(1;1)$.
- Tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$.

Bài 8. Tìm các số thực a , b và c để parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$:

- Đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(2;6)$ và $C(-2;-2)$.
- Đi qua hai điểm $A(-2;2)$, $B(1;5)$ và có trục đối xứng $x = -1$.
- Đi qua điểm $M(1;6)$ và có đỉnh $S(-1;2)$.
- Có đỉnh $S(3;-1)$ và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 1.
- Có đỉnh $S(-2;1)$ và cắt đường thẳng $d: y = 3x - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 4.

Bài 9. Cho hàm số $y = x^2 - 2mx + m - 7$, (m là tham số). Tìm m để đồ thị của hàm số có đỉnh nằm trên đường thẳng $d: y = x - 11$.

Bài 10. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tìm a, b và c .



Bài 11. Tìm hai số thực b và c , biết rằng hàm số $y = x^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $x = 2$.



Chủ đề	PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI
05	

Bài 1. Giải và biện luận các phương trình sau đây:

- a) $m(x - 2) = 3x + 1$.
 b) $(m - 1)x = 2x + m - 3$.
 c) $(m + 1)(x - 2) = 3m - 1$.
 d) $(m - 1)(x + 1) = m^2 - 1$.
 e) $(m - 3)x = m(m - 1) - 6$.
 f) $(2m - 3)x = m(2m - 5) + 3$.

Bài 2. Giải và biện luận các phương trình sau đây:

- a) $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$.
 b) $x^2 + 2(m + 1)x + m^2 + m + 2 = 0$.
 c) $(m - 1)x^2 + 2mx + m + 2 = 0$.
 d) $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$.

Bài 3. Định m để mỗi phương trình bậc hai dưới đây có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện tương ứng:

- a) $x^2 + mx + 7 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
 b) $x^2 + (m - 1)x + m + 6 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
 c) $x^2 - 2x + m + 2 = 0$, $x_2 - x_1 = 2$.
 d) $x^2 - 4x + m + 3 = 0$, $|x_1 - x_2| = 2$.
 e) $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$, $4(x_1 + x_2) = 7x_1x_2$.

Bài 4. Cho phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho:

- a) Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.
 b) Phương trình đã cho có một nghiệm bằng 2. Tính nghiệm còn lại.

Bài 5. Cho phương trình: $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 1 = 0$ với m là tham số thực.

- a) Định m để phương trình đã cho có nghiệm.
 b) Định m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(3x_1 + 1)(3x_2 + 1) = 4$.

Bài 6. Cho phương trình $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho:

- a) Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó, hãy tìm hệ thức giữa x_1, x_2 độc lập đối với m .
 b) Phương trình đã cho có một nghiệm gấp ba lần nghiệm kia.

Bài 7. Giải các phương trình sau đây:

a) $\frac{x^2 - 3x + 5}{x^2 - 4} = -1.$

b) $\frac{2x + 1}{3x + 2} = \frac{x + 1}{x - 2}.$

c) $1 + \frac{2}{x - 2} = \frac{10}{x + 3} - \frac{50}{(2 - x)(x + 3)}.$

d) $\frac{x + 1}{x + 2} + \frac{x - 1}{x - 2} = \frac{2x + 1}{x + 1}.$

Bài 8. Giải các phương trình sau đây:

a) $|x - 2| = x + 1.$

b) $|x + 1| = x - 2.$

c) $2|x - 1| = x + 2.$

d) $|x - 2| = 2x - 1.$

e) $|2x + 5| = x^2 + 5x + 1.$

f) $|2x - 1| = |-5x - 2|.$

Bài 9. Giải các phương trình sau đây:

a) $|x^2 - 5x + 4| = x + 4.$

b) $|x^2 - 7x + 12| + 5x = 15.$

c) $|x^2 - 6x + 5| + 1 = x.$

d) $3x^2 + 5|x - 3| + 7 = 0.$

e) $\frac{x^2 - 1}{|x - 2|} = x.$

f) $\frac{|x - 1|}{x^2 - x - 6} = 1.$

g) $\frac{2x - 1}{|x^2 + 3x - 4|} = \frac{1}{2}.$

h) $\frac{|x^2 - 2x - 1|}{x - 1} = 1.$

Bài 10. Giải các phương trình sau đây:

a) $\sqrt{5 - 2x} = \sqrt{x - 1}.$

b) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x - 1}.$

c) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{5x + 2} = 0.$

d) $\sqrt{3x + 7} - \sqrt{x + 1} = 0.$

Bài 11. Giải các phương trình sau đây:

a) $\sqrt{3x - 2} = 1 - 2x.$

b) $\sqrt{x^2 - 3x - 10} = x - 2.$

c) $x + \sqrt{x - 1} = 13.$

d) $x - \sqrt{2x + 7} = 4.$

e) $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|.$

f) $\sqrt{x^2 - 5x + 6} = 4 - x.$

g) $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} + x - 2 = 0.$

h) $\sqrt{-x^2 + 4x + 2} = 2x.$

Bài 12. Giải các phương trình sau đây:

a) $\sqrt{10 - x} + \sqrt{x + 3} = 5.$

b) $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 1} = 4.$

c) $\sqrt{x - 1} + \sqrt{3x - 2} = \sqrt{5x - 1}.$

d) $\sqrt{3x + 4} - \sqrt{2x + 1} = \sqrt{x + 3}.$

Bài 13. Giải các phương trình sau đây:

a) $x^2 - x + \sqrt{x^2 - x + 9} = 3.$

b) $4x^2 - 12x - 5\sqrt{4x^2 - 12x + 5} = 0.$

c) $\sqrt{(1+x)(2-x)} = 1 + 2x - 2x^2$.

d) $(x+1)(x+4) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$.

Bài 14. Giải các phương trình sau đây:

a) $\frac{x-2}{\sqrt{3x-5}} = 1$.

b) $\frac{\sqrt{2x^2 + 7x - 4}}{x+4} = 1$.

c) $(x-3)\sqrt{x^2 + 9} = x^2 - 9$.

d) $\sqrt{2x^2 - 4x + 1} = x^2 - 2x - 1$.

e) $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$.

f) $(x-2)(x+5) + 3\sqrt{x(x+3)} = 0$.

Chú đề	HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN
06	

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau đây:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = -7 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 8 \end{cases}$.

c) $\begin{cases} \frac{10}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 1 \\ \frac{25}{x-1} + \frac{3}{y+2} = 2 \end{cases}$.

d) $\begin{cases} x - y + z = 7 \\ x + y - z = 1 \\ x - y - z = -3 \end{cases}$.

e) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x^2 - 2xy + 2y^2 = 5 \end{cases}$.

f) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$.

g) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x + xy + y = 2 \end{cases}$.

h) $\begin{cases} 2(x+y) = xy - 5 \\ x^2 + y^2 = 3xy + 25 \end{cases}$.

Bài 2. Ba bạn học sinh A, B, C cùng mua đồ dùng học tập tại một nhà sách. Bạn A mua 7 cuốn tập, 2 cây bút bi và đã trả số tiền là 52500 đồng; bạn B mua 6 cuốn tập, 3 cây bút bi và đã trả số tiền là 49500 đồng. Hỏi bạn C mua 5 cuốn tập và 4 cây bút bi thì phải trả số tiền là bao nhiêu? Biết rằng tập và bút đều cùng một loại của nhà sản xuất.



Chủ đề	BẤT ĐẲNG THỨC
07	

Bài 1. Cho $a \in \mathbb{R}$. Chứng minh:

1) $a^2 - a + 1 > 0$.

2) $\frac{a^2 - a + 1}{a^2 + a + 1} \leq 3$.

3) $\frac{a^2}{1 + a^4} \leq \frac{1}{2}$.

4) $2a^3 + a^2 \leq 2a^4 + 1$.

Bài 2. Cho $a, b \in \mathbb{R}$. Chứng minh:

1) $a^2 + b^2 \geq ab$.

2) $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$.

3) $2a^2 + b^2 + 2ab + a + \frac{1}{2} > 0$.

4) $a^2 + 2b^2 + 2ab + b + 10 > 0$.

Bài 3. Chứng minh các bất đẳng thức sau đây:

1) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ với $a > 0, b > 0$.

2) $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$ với $a + b > 0$.

3) $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$.

4) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Bài 4. Cho a, b, c là 3 số dương. Chứng minh:

1) $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$.

2) $(a+b)(1+ab) \geq 4ab$.

3) $\left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{a}\right) \geq 8$.

4) $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$.

5) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

6) $\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} \leq 1$ với $a+b+c=2$.

Bài 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau đây:

1) $y = \frac{x}{2} + \frac{18}{x}, x > 0$.

2) $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x-1}, x > 1$.

3) $y = \frac{3x}{2} + \frac{1}{x+1}, x > -1$.

4) $y = \frac{x}{3} + \frac{5}{2x-1}, x > \frac{1}{2}$.

Bài 6. Tìm giá trị lớn nhất của các hàm số sau đây:

1) $y = x(6-x), x \in [0; 6]$.

2) $y = (x+3)(5-x), x \in [-3; 5]$.

3) $y = (x+3)(5-2x), x \in \left[-3; \frac{5}{2}\right]$.

4) $y = (2x+5)(5-x), x \in \left[-\frac{5}{2}; 5\right]$.



HÌNH HỌC

Chủ đề	TỔNG – HIỆU HAI VECTO
02	

Bài 1. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O và M là điểm bất kì. Chứng minh:

- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.
 b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
 c) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$.
 d) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$.
 e) $\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB}$.
 f) $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$.

Bài 2. Cho các điểm A, B, C, D, E, F và G . Chứng minh:

- a) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF}$.
 b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$.
 c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$.
 d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.
 e) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED} = \vec{0}$.
 f) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GF}$.

Bài 3. Cho bốn điểm A, B, C, D . Xác định các vector:

- a) $\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$.
 b) $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC}$.

Bài 4. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD .

- a) Xác định các vector: $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC}$.
 b) Chứng minh: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$, $AC = 12$.

Tính độ dài của các vector: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

Bài 6. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 10.

Tính độ dài của các vector: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

Bài 7. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 5$, $BC = 10$.

Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Tính độ dài của các vector: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại B có $AB = a$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Gọi I là trung điểm AC .

Tính độ dài của các vector: $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Bài 10. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $\widehat{BCD} = 45^\circ$, $AB = AD = a$.

Tính độ dài của các vector: $\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{BD}$.

Bài 11. Cho tam giác đều ABC , cạnh a .

Xác định và tính độ dài của các vector: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

Bài 12. Cho hình thoi $ABCD$, cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC, BD .

Tính theo a độ dài của các vector: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{DC}$.

Bài 13. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy $AB = a$ và $CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Tính độ dài của các vector $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MN}$.

Bài 14. Cho tam giác ABC . Xác định điểm M thỏa mãn:

a) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BC}$.

Bài 15. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Chứng minh rằng với điểm O bất kì, ta luôn có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Bài 16. Cho tam giác ABC . Bên ngoài tam giác, dựng các hình bình hành $ABIF$, $BCPQ$, $CARS$. Chứng minh $\overrightarrow{RF} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$.

Bài 17. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy hai điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$. Gọi N là giao điểm của BE và AM . Chứng minh hai vector $\overrightarrow{NA}$ và $\overrightarrow{NM}$ đối nhau.

Bài 18. Cho hình bình hành $ABCD$ và O là điểm bất kì trên đường chéo AC . Kẻ các đường thẳng qua O và song song với các cạnh của hình bình hành; các đường thẳng này cắt AB, DC lần lượt tại M, N và cắt AD, BC lần lượt tại E, F .

a) Chứng minh $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.

b) Chứng minh $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{FN}$.



Chủ đề	TÍCH CỦA MỘT SỐ VÀ MỘT VECTO
03	

Bài 1. Cho hình bình hành $ABCD$. Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = 2\overrightarrow{AC}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .

Chứng minh các đẳng thức vector:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{PB} = \vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MP} = \vec{0}$.

e) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

f) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

h) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{PC}$.

g) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

Bài 3. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F, O lần lượt là trung điểm của AB, CD và EF . Chứng minh:

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO}$, với M bất kì.

Bài 4. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD .

Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

Bài 5. Cho tam giác ABC . Gọi M, D lần lượt là trung điểm của BC và AM . Chứng minh:

a) $2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

b) $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OD}$, với O bất kì.

Bài 6. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có trọng tâm lần lượt là G và G' . Chứng minh:

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$.

Bài 7. Cho tam giác ABC .

a) Dựng điểm P sao cho $\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{CB}$.

b) Dựng điểm K sao cho $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$.

Bài 8. Cho tam giác ABC . Dựng các điểm M, N, P, Q thỏa mãn:

a) $2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} = \vec{0}$.

b) $3\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AC}$.

d) $3\overrightarrow{QA} - 2\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{CQ}$.

Bài 9. Cho tam giác ABC . Xác định các điểm I, J, K, L thỏa mãn:

a) $2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

b) $2\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JC} - \overrightarrow{JB} = \overrightarrow{CA}$.

c) $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = 2\overrightarrow{BC}$.

d) $3\overrightarrow{LA} - \overrightarrow{LB} + 2\overrightarrow{LC} = \vec{0}$.

Bài 10. Cho hình bình hành $ABCD$.

- a) Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.
- b) Xác định điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Bài 11. Cho tứ giác $ABCD$. Xác định điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

Bài 12. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Xác định điểm M thỏa mãn:

- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MD}$.
- b) $2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$.
- c) $4\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

Bài 13. Cho tam giác ABC và điểm M tùy ý.

- a) Chứng minh vector $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M .
- b) Xác định điểm D sao cho $\overrightarrow{CD} = \vec{v}$.

Bài 14. Cho tam giác ABC và điểm M tùy ý.

- a) Chứng minh vector $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M .
- b) Gọi D là điểm thỏa $\overrightarrow{CD} = \vec{v}$, CD cắt AB tại K . Chứng minh: $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CK}$.

Bài 15. Cho tam giác ABC có trọng tâm G và hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$, $3\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$.

- a) Phân tích các vector $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MG}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.
- b) Chứng minh ba điểm M, N, G thẳng hàng.

Bài 16. Cho tam giác ABC và hai điểm I, J thỏa $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, $\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

Chứng minh ba điểm I, J, B thẳng hàng.

Bài 17. Cho tam giác ABC .

- a) Xác định điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
- b) Xác định điểm D sao cho $3\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.
- c) Chứng minh ba điểm A, I, D thẳng hàng.

Bài 18. Cho tam giác ABC . Gọi P là điểm đối xứng với B qua C ; hai điểm Q và R thỏa mãn

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

- a) Biểu diễn vector $\overrightarrow{AP}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.
- b) Chứng minh ba điểm P, Q, R thẳng hàng.

Bài 19. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O .

- a) Gọi I là trung điểm CD . Chứng minh $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
- b) Gọi G là trọng tâm của tam giác BCI . Phân tích vector $\overrightarrow{AG}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$.

Bài 20. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB'C'D'$. Chứng minh:

a) $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DD'} = \vec{0}$.

b) Hai tam giác $BC'D$ và $B'CD'$ có cùng trọng tâm.

Bài 21. Cho tam giác ABC và các điểm A', B', C' thỏa mãn $2\overrightarrow{A'B} + 3\overrightarrow{A'C} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{B'C} + 3\overrightarrow{B'A} = \vec{0}$ và $2\overrightarrow{C'A} + 3\overrightarrow{C'B} = \vec{0}$. Chứng minh hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Bài 22. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là trung điểm của AG và K là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AK = \frac{1}{5}AC$.

a) Phân tích $\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BK}$ theo hai vector $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$ và $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$.

b) Chứng minh ba điểm B, I, K thẳng hàng.

Bài 23. Cho tam giác ABC . Gọi D, E là các điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$, $\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} - 2\overrightarrow{EC} = \vec{0}$.

a) Chứng minh ba điểm A, D, E thẳng hàng.

b) Gọi M là trung điểm AB và N là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$. Tìm k để ba đường thẳng AD , MN và BC đồng quy.

Bài 24. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Gọi K là trung điểm của cạnh BC , M là điểm thuộc đoạn BD sao cho $BM = 2MD$.

a) Chứng minh $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AM}$.

b) Phân tích vector $\overrightarrow{MK}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$.

c) Gọi I là trung điểm của cạnh CD . Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng.

d) Xác định và tính theo a độ dài của vector $\vec{u} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$.



<i>Chủ đề</i>	HỆ TRỤC TỌA ĐỘ
04	

Bài 1. Trong mặt phẳng Oxy , hãy xác định tọa độ của các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ thỏa mãn $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{j}$ và $\vec{d} = -2\vec{i}$.

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy , hãy biểu diễn vector $\vec{u}$ theo hai vector $\vec{i}$ và $\vec{j}$ trong mỗi trường hợp sau đây:

a) $\vec{u} = (2; -3)$.

b) $\vec{u} = (-1; 4)$.

c) $\vec{u} = (2; 0)$.

d) $\vec{u} = (0; -1)$.

Bài 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai vector $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (0; 3)$. Tìm tọa độ của các vector $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{z} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$ và $\vec{c} = (-7; 2)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$.

b) Tìm tọa độ của vector $\vec{v}$ sao cho $\vec{v} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$.

c) Tìm các số thực k, l sao cho $\vec{c} = k\vec{a} + l\vec{b}$.

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba vector $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; -4)$ và $\vec{c} = (-7; 2)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 4\vec{b} - 5\vec{c}$.

b) Tìm tọa độ của vector $\vec{v}$ sao cho $\vec{v} + 2\vec{a} = 5\vec{b} - \vec{c}$.

c) Phân tích vector $\vec{c}$ theo hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Bài 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho vector $\vec{u} = (2; 1)$. Tìm m để $\vec{u}$ cùng phương với vector $\vec{v} = (m^2 + 1; 3m - 2)$.

Bài 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ với $A(-1; -2)$, $B(3; 2)$, $C(4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D .

Bài 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1;1)$ và $B(1;3)$.

a) Tìm tọa độ của điểm M sao cho $\overrightarrow{BM} = (3; 0)$.

b) Tìm tọa độ của điểm N sao cho $\overrightarrow{NA} = (1; 1)$.

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1; -1)$ và $B(4; 3)$.

a) Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.

b) Tìm tọa độ trung điểm I của AB .

c) Tìm tọa độ điểm C sao cho $OABC$ là hình bình hành.

Bài 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(1; -2)$, $B(0; 4)$, $C(3; 2)$ và I là trung điểm của AC .

a) Tìm tọa độ của các vector $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BI}$.

b) Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

c) Tìm tọa độ điểm N sao cho $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

Bài 11. Trong mặt phẳng Oxy , chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng trong mỗi trường hợp sau đây:

- a) $A(-1;1), B(1;-2), C(-2;0)$. b) $A(6;2), B(-2;2), C(0;2)$.

Bài 12. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-2;1), B(-1;3)$. Tìm m để ba điểm A, B và $C(3;m)$ thẳng hàng.

Bài 13. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;1), B(3;2)$. Tìm m để ba điểm A, B và $C(m+2;2m+1)$ thẳng hàng.

Bài 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-2;-3), B(3;7), C(0;3), D(-4;-5)$. Chứng minh hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

Bài 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho bốn điểm $A(0;1), B(2;0), C(-1;2)$ và $D(6;-4)$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{AD}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-3;6), B(1;-2)$ và $C(6;3)$.

- a) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC . b) Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.
c) Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$. d) Tìm tọa độ điểm F thỏa $\overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{BF} - 4\overrightarrow{CF} = \vec{0}$.

Bài 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;5), B(1;2)$ và $C(4;-7)$.

- a) Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
b) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Ox sao cho A, B, M thẳng hàng.

Bài 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-1;4), B(-3;-2)$ và $C(4;-7)$.

- a) Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
b) Tìm tọa độ điểm E thuộc trục Oy sao cho A, C, E thẳng hàng.

Bài 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1;1), B(5;3)$. Biết C thuộc trục tung Oy và trọng tâm G của tam giác ABC thuộc trục hoành Ox , tìm tọa độ đỉnh C .

Bài 20. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(4;4)$ và $B(0;1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục tung sao cho đường trung trực của đoạn AC đi qua B .

Bài 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(4;1), B(1;-2)$ và $C(6;-1)$.

- a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
b) Tìm tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm của $\triangle ABD$.
c) Đường thẳng AB cắt trục Ox tại M và cắt trục Oy tại N . Tìm tọa độ các điểm M và N .

Bài 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(5;6)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho $AC + BC$ nhỏ nhất.

Bài 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;3), B(-3;-1)$ và $C(3;-1)$.

- a) Tìm tọa độ điểm $M \in Ox$ sao cho vector $\vec{u} = 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA}$ có độ dài ngắn nhất.
b) Tìm tọa độ điểm $N \in Oy$ sao cho vector $\vec{v} = 3\overrightarrow{NB} - 2\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{NA}$ có độ dài ngắn nhất.

Chủ đề	TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO
05	

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$.

Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$.

Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Bài 3. Cho tam giác đều ABC , cạnh a .

Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông cân có $AB = AC = a$, AH là đường cao.

Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A , $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 4$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 9$.

a) Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .

b) Gọi I, J là các điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{JB} - \overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Phân tích $\overrightarrow{IJ}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Bài 6. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$ và $AB = c$.

Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$ theo a, b, c .

Bài 7. Cho tam giác ABC có $BC = 5$, $CA = 7$ và $AB = 8$.

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$, suy ra số đo của góc $\widehat{ABC}$.

b) Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AD = 3$. Tính $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC})$.

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = \sqrt{3}a$, M là trung điểm BC . Biết rằng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$, tính AB và AC .

Bài 9. Cho tam giác ABC có $AB = 3a$, $AC = a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, từ đó suy ra độ dài cạnh BC và độ dài đường trung tuyến AM .

Bài 10. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $BC = 7$ và $AC = 8$.

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, từ đó suy ra số đo của góc $\widehat{BAC}$.

b) Gọi D là điểm trên cạnh AC sao cho $DC = 3$. Tính $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB}$.

Bài 11. Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 4$ và $AC = 3$.

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$.

b) Tính $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC}$ với G là trọng tâm của ΔABC .

c) Tính $S = \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$.

d) Gọi D là chân đường phân giác trong của $\widehat{BAC}$. Phân tích $\overrightarrow{AD}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ và độ dài đoạn thẳng AD .

Bài 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2)$, $B(-2;6)$ và $C(9;8)$.

- Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .
- Tìm tọa độ tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .
- Tìm tọa độ trực tâm H và trọng tâm G của ΔABC .
- Tính chu vi và diện tích của ΔABC .
- Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho A, B, M thẳng hàng.
- Tìm tọa độ điểm N trên trục Ox sao cho ΔANC cân tại N .
- Tìm tọa độ điểm D để $ABDC$ là hình chữ nhật.
- Tìm tọa độ điểm E đối xứng với A qua B .
- Tìm tọa độ điểm T thỏa mãn $\overrightarrow{TA} + 2\overrightarrow{TB} - 3\overrightarrow{TC} = \vec{0}$.

Bài 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xác định tính chất của tam giác ABC trong mỗi trường hợp sau đây:

- $A(1;0)$, $B(5;0)$ và $C(3;4)$.
- $A(1;2)$, $B(-2;6)$ và $C(9;8)$.
- $A(-1;0)$, $B(3;0)$ và $C(1;2\sqrt{2})$.
- $A(5;7)$, $B(8;-5)$ và $C(0;-7)$.

Bài 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho các vector $\vec{a} = (1;3)$, $\vec{b} = (6;-2)$ và $\vec{c} = (m;1)$.

- Chứng minh $\vec{a} \perp \vec{b}$.
- Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{c}$.
- Tìm m để $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng phương.
- Tìm tọa độ của vector $\vec{d}$ sao cho $\vec{a} \perp \vec{d}$ và $\vec{b} \cdot \vec{d} = 20$.

Bài 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;4)$, $B(-3;2)$ và vector $\vec{v} = (2m+1;3-4m)$.

- Tìm m để $\vec{v} \perp \overrightarrow{AB}$.
- Tìm m để $\vec{v}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương.

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(2;3)$, $B(9;4)$, $C(5;m)$ và $D(n;-2)$.

- Tìm m để tam giác ABC vuông tại C .
- Tìm n để ba điểm A, B, D thẳng hàng.

Bài 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-3;3)$ và $B(4;4)$.

- Tìm tọa độ điểm $M \in Oy$ sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$.
- Tìm tọa độ điểm $N \in Ox$ sao cho A, B, N thẳng hàng.

Bài 18. Trong mặt phẳng Oxy , tính số đo của góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ trong mỗi trường hợp sau đây:

- $\vec{a} = (4;3)$, $\vec{b} = (1;7)$.
- $\vec{a} = (2;5)$, $\vec{b} = (3;-7)$.
- $\vec{a} = (6;-8)$, $\vec{b} = (12;9)$.
- $\vec{a} = (2;-6)$, $\vec{b} = (-3;9)$.

Bài 19. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;6)$, $B(2;6)$ và $C(1;1)$.

- Tìm tọa độ trực tâm H của ΔABC .
- Tìm tọa độ điểm K là hình chiếu vuông góc của A trên BC .

Bài 20. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;-1)$, $B(5;-3)$ và $C(2;0)$.

- Tính chu vi và diện tích của ΔABC .
- Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
- Tìm tọa độ tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Bài 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(4;3)$, $B(0;-5)$ và $C(-6;-2)$.

- Chứng minh ΔABC vuông tại B .
- Tính chu vi và diện tích của ΔABC .
- Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình chữ nhật.
- Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Bài 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(7;4)$, $B(0;3)$ và $C(4;0)$. Tìm tọa độ chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC , từ đó suy ra tọa độ điểm A' đối xứng với A qua BC .

Bài 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2)$, $B(-1;1)$ và $C(5;-1)$.

- Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- Tính Cosin của góc $\widehat{BAC}$.
- Tìm tọa độ chân đường cao kẻ từ A của ΔABC .
- Tìm tọa độ trực tâm H của ΔABC .
- Tìm tọa độ trọng tâm G của ΔABC .
- Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC .
- Chứng minh ba điểm I, H, G thẳng hàng.

Bài 24. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(0;2)$, $B(6;9)$, $C(4;1)$ và $D(2;10)$.

- Chứng minh tam giác ABC vuông.
- Chứng minh $ABCD$ là hình chữ nhật.
- Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$.

Bài 25. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = a$, $AD = \sqrt{2}a$. Gọi K là trung điểm của AD , chứng minh rằng $BK \perp AC$.

